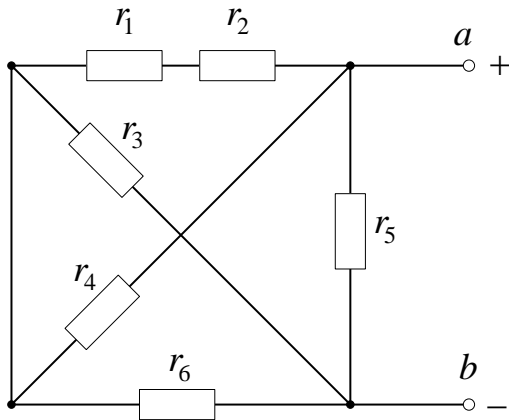


Цепи постоянного тока

Заданы все сопротивления и напряжение U_{ab} .

Требуется:

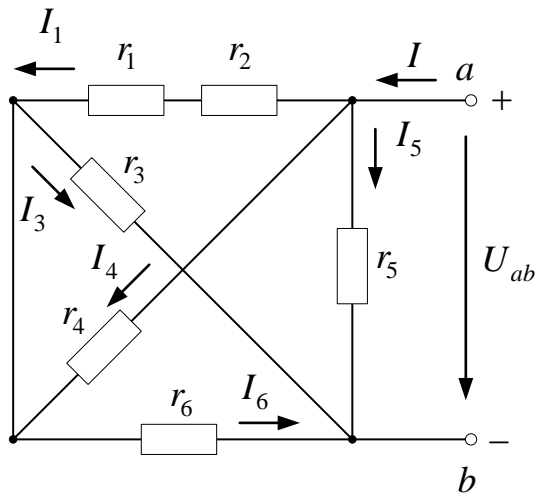
1. Найти общее сопротивление схемы относительно зажимов $a - b$.
2. Определить токи во всех ветвях.



Дано: $U_{ab} = 50$ В, $r_1 = 5$ Ом, $r_2 = 10$ Ом, $r_3 = 8$ Ом, $r_4 = 10$ Ом, $r_5 = 7$ Ом,
 $r_6 = 10$ Ом.

Решение.

Выберем и покажем на схеме положительные направления токов ветвей.

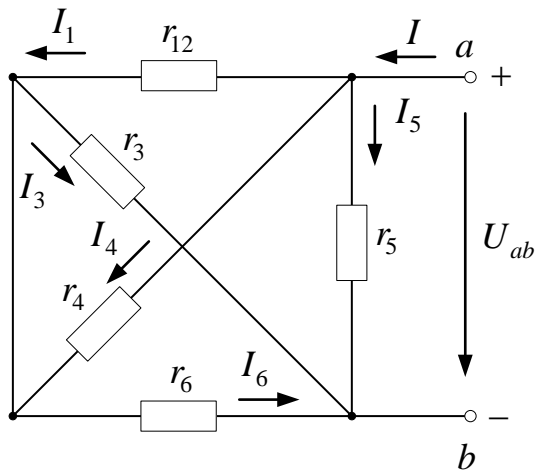


1. Общее сопротивление схемы относительно зажимов $a - b$.

Постепенно сворачиваем схему, заменяя участки с последовательным и параллельным соединением резисторов эквивалентными.

Резисторы r_1, r_2 соединены последовательно, их общее сопротивление

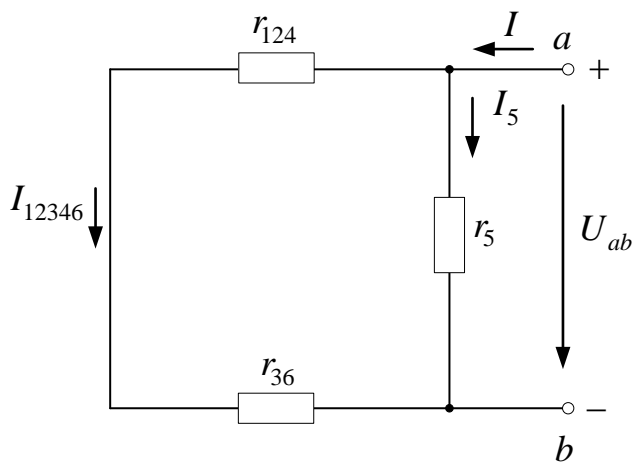
$$r_{12} = r_1 + r_2 = 5 + 10 = 15 \text{ Ом.}$$



Резисторы r_{12} и r_4 , а также r_3, r_6 соединены параллельно, их общие сопротивления

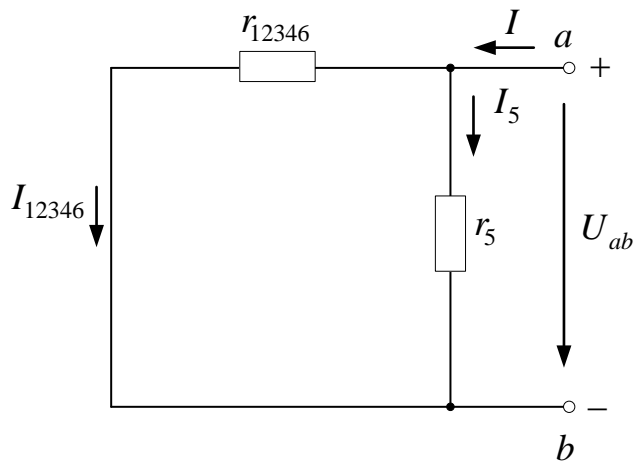
$$r_{124} = \frac{r_{12}r_4}{r_{12} + r_4} = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10} = 6 \text{ Ом,}$$

$$r_{36} = \frac{r_3r_6}{r_3 + r_6} = \frac{8 \cdot 10}{8 + 10} = 4,444 \text{ Ом.}$$



Резисторы r_{124}, r_{36} соединены последовательно, их общее сопротивление

$$r_{12346} = r_{124} + r_{36} = 6 + 4,444 = 10,444 \text{ Ом.}$$



Общее сопротивление цепи относительно зажимов $a-b$

$$r_{ab} = \frac{r_{12346} \cdot r_5}{r_{12346} + r_5} = \frac{10,444 \cdot 7}{10,444 + 7} = 4,191 \text{ Ом.}$$

2. Токи во всех ветвях.

По закону Ома находим

$$I = \frac{U_{ab}}{r_{ab}} = \frac{50}{4,191} = 11,93 \text{ А,}$$

$$I_{12346} = \frac{U_{ab}}{r_{12346}} = \frac{50}{10,444} = 4,787 \text{ А,}$$

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{r_5} = \frac{50}{7} = 7,143 \text{ А.}$$

Напряжение на резисторах r_{12}, r_4

$$U_{12} = U_4 = I_{12346} \cdot r_{124} = 4,787 \cdot 6 = 28,722 \text{ В,}$$

находим токи

$$I_1 = \frac{U_{12}}{r_{12}} = \frac{28,722}{15} = 1,915 \text{ А,}$$

$$I_4 = \frac{U_4}{r_4} = \frac{28,722}{10} = 2,872 \text{ А.}$$

Напряжение на резисторах r_3, r_6

$$U_3 = U_6 = I_{12346} \cdot r_{36} = 4,787 \cdot 4,444 = 21,277 \text{ В,}$$

ТОКИ

$$I_3 = \frac{U_3}{r_3} = \frac{21,277}{8} = 2,659 \text{ A,}$$

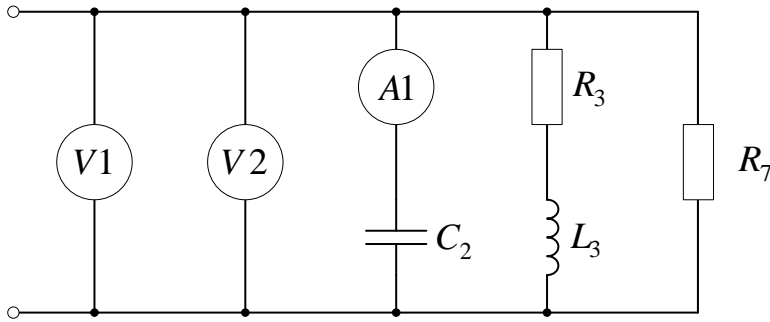
$$I_6 = \frac{U_6}{r_6} = \frac{21,277}{10} = 2,128 \text{ A.}$$

Ответ: $r_{ab} = 4,191 \text{ Ом}$, $I = 11,93 \text{ A}$, $I_1 = 1,915 \text{ A}$, $I_3 = 2,659 \text{ A}$,

$I_4 = 2,872 \text{ A}$, $I_5 = 7,143 \text{ A}$, $I_6 = 2,128 \text{ A}$.

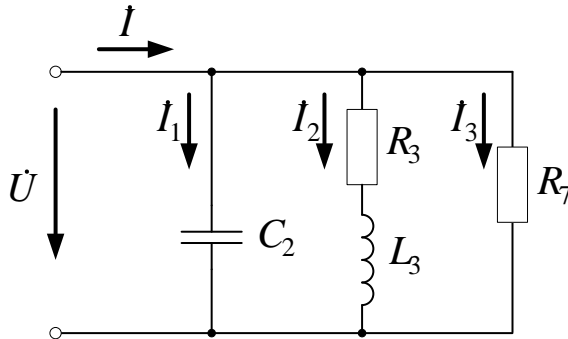
Однофазные цепи переменного тока

Найти все токи в схеме, определить напряжение на входе схемы и падения напряжения на элементах схемы, построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжений, вычислить потребляемые активные, реактивную и полную мощности, записать выражения для мгновенных значений напряжения и тока на входе схемы.



Дано: $U_{V1} = 100$ В, $R_3 = 10$ Ом, $R_7 = 30$ Ом, $L_3 = 63,8$ мГн, $C_2 = 212,5$ мкФ, $f = 50$ Гц.

Решение.



1. Сопротивления реактивных элементов

$$X_{L3} = 2\pi fL_3 = 2\pi \cdot 50 \cdot 63,8 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi fC_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 212,5 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом}.$$

2. Комплексные сопротивления ветвей

$$\underline{Z}_1 = -jX_{C2} = -j15 = 15e^{-j90^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_2 = R_3 + jX_{L3} = 10 + j20 = 22,361e^{j63,4^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_3 = R_7 = 30 \text{ Ом}.$$

3. Вольтметр V_1 показывает действующее напряжение на входе цепи, полагаем начальную фазу напряжения U равной нулю, поэтому $\dot{U} = U = U_{V1} = 100 \text{ В}$.

Находим токи ветвей

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{100}{15e^{-j90^\circ}} = j6,667 = 6,667e^{j90^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{100}{10 + j20} = 2 - j4 = 4,472e^{-j63,4^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{Z_3} = \frac{100}{30} = 3,333 \text{ А}.$$

4. Ток неразветвленной части цепи определим по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = j6,667 + (2 - j4) + 3,333 = 5,333 + j2,667 = 5,963e^{j26,6^\circ} \text{ А}.$$

5. Падения напряжения на всех элементах схемы

$$\dot{U}_{C2} = \dot{U} = 100 \text{ В},$$

$$\dot{U}_{R3} = \dot{I}_2 \cdot R_3 = 4,472e^{-j63,4^\circ} \cdot 10 = 44,72e^{-j63,4^\circ} = (20 - j40) \text{ В},$$

$$\dot{U}_{L3} = \dot{I}_2 \cdot jX_{L3} = 4,472e^{-j63,4^\circ} \cdot j20 = 89,44e^{j26,6^\circ} = (80 + j40) \text{ В},$$

$$\dot{U}_{R7} = \dot{U} = 100 \text{ В}.$$

Комплексная амплитуда напряжения на входе цепи

$$\dot{U} = \dot{U}_{R1m} + U_{23m} = (9,75 + j2,09) + j11,312 = 9,75 + j46,402 = 16,576e^{j54^\circ} \text{ В}.$$

6. Мгновенные значения тока и напряжения на входе схемы

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

где $I_m = \sqrt{2} \cdot I$ - амплитуда тока,

$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}$ - циклическая частота,

ψ_i - начальная фаза.

$$i = \sqrt{2} \cdot 5,963 \cdot \sin(314t + 26,6^\circ) = 8,433 \sin(314t + 26,6^\circ) \text{ А},$$

аналогично для напряжения

$$u = \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t) = 141,42 \sin(\omega t) \text{ В}.$$

7. Баланс мощностей.

Комплексная мощность источника

$$\tilde{S} = P + jQ = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = 100 \cdot 5,963e^{-j26,6^\circ} = 596,3e^{-j26,6^\circ} = (533,3 - j266,7) \text{ В} \cdot \text{А},$$

полная мощность всей цепи $S = 596,3 \text{ В} \cdot \text{А},$

активная мощность всей цепи $P = \text{Re}(\tilde{S}) = 533,3 \text{ Вт},$

реактивная мощность всей цепи $Q = \text{Im}(\tilde{S}) = 266,7 \text{ вар}.$

Комплексная полная мощность потребителей

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{потр}} &= I_1^2 \cdot Z_1 + I_2^2 \cdot Z_2 + I_3^2 \cdot Z_3 = 6,667^2 \cdot (-j15) + 4,472^2 \cdot (10 + j20) + \\ &+ 3,333^2 \cdot 30 = (533,3 - j266,8) \text{ В} \cdot \text{А}. \end{aligned}$$

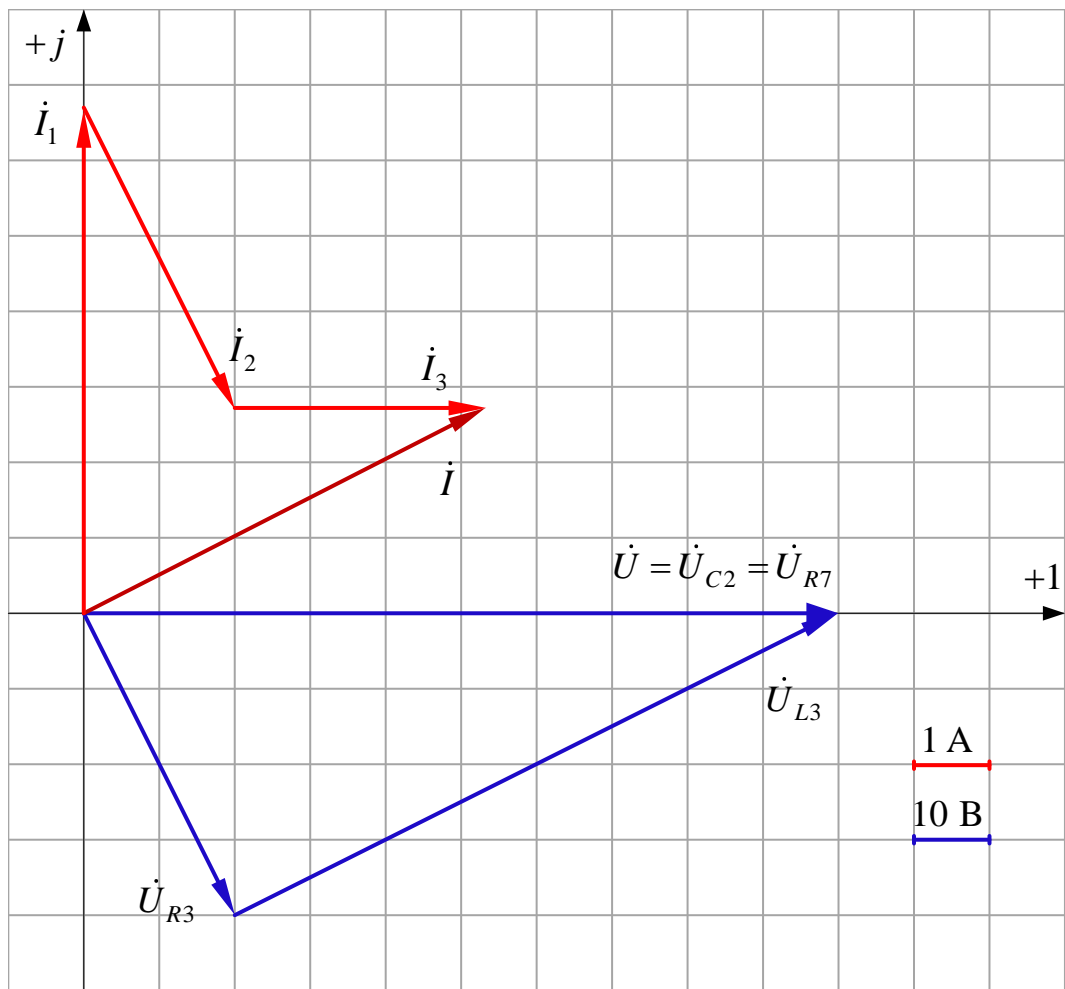
$\tilde{S} \approx \tilde{S}_{\text{потр}}$, баланс мощностей сходится. Неточность объясняется погрешностью вычислений.

8. Построим векторную диаграмму токов и напряжений. Покажем на схеме выполнение законов Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3,$$

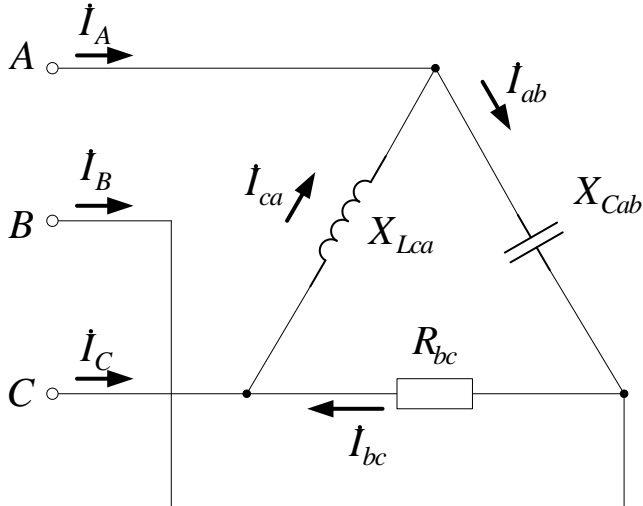
$$\dot{U} = \dot{U}_{C2} = \dot{U}_{R7},$$

$$\dot{U} = \dot{U}_{R3} + \dot{U}_{L3}.$$



Трёхфазные цепи

В трехфазную сеть с симметричным линейным напряжением U включены сопротивления. Определить токи во всех проводах цепи, реактивную и полную мощности нагрузок, построить векторную диаграмму.



Дано: $U_{\text{л}} = 346 \text{ В}$, $X_{Cab} = 30 \text{ Ом}$, $R_{bc} = 50 \text{ Ом}$, $X_{Lca} = 40 \text{ Ом}$.

Решение.

1. Полные сопротивления фаз в комплексной форме

$$\underline{Z}_{ab} = -jX_{Cab} = -j30 = 30e^{-j90^\circ} \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{bc} = R_{bc} = 50 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{ca} = jX_{Lca} = j40 = 40e^{j90^\circ} \text{ Ом}.$$

2. Считаем, что начальная фаза линейного напряжения \dot{U}_{AB} равна нулю, тогда

$$\dot{U}_{AB} = U_{\text{л}} e^{j0^\circ} = 346 e^{j0^\circ} = 346 \text{ В},$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{\text{л}} e^{-j120^\circ} = 346 e^{-j120^\circ} \text{ В},$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{\text{л}} e^{j120^\circ} = 346 e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

3. Фазные токи.

$$\dot{i}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{346}{30e^{-j90^\circ}} = 11,533e^{j90^\circ} = j11,533 \text{ А},$$

$$\dot{i}_{bc} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{346e^{-j120^\circ}}{50} = 6,92e^{-j120^\circ} = (-3,46 - j5,993) \text{ А},$$

$$\dot{i}_{ca} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{346e^{j120^\circ}}{40e^{j90^\circ}} = 8,65e^{j30^\circ} = (7,491 + j4,325) \text{ А}.$$

4. Линейные токи определим по первому закону Кирхгофа

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = j11,533 - (7,491 + j4,325) = -7,491 + j7,208 = 10,396e^{j136,1^\circ} \text{ А}, \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = (-3,46 - j5,993) - j11,533 = -3,46 - j17,526 = 17,864e^{-j101,2^\circ} \text{ А}, \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = (7,491 + j4,325) - (-3,46 - j5,993) = 10,951 + j10,318 = \\ &= 15,046e^{j43,3^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

5. Определение мощностей.

Активная мощность фаз и всей цепи

$$P_{ab} = 0,$$

$$P_{bc} = I_{bc}^2 \cdot R_{bc} = 6,92^2 \cdot 50 = 2394,3 \text{ Вт},$$

$$P_{ca} = 0,$$

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 0 + 2394,4 + 0 = 2394,4 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность фаз и всей цепи

$$Q_{ab} = I_{ab}^2 \cdot (-X_{Cab}) = 11,533^2 \cdot (-30) = -3990,5 \text{ ВАр},$$

$$Q_{bc} = 0,$$

$$Q_{ca} = I_{ca}^2 \cdot X_{Lca} = 8,65^2 \cdot 40 = 2992,9 \text{ ВАр},$$

$$Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = (-3990,5) + 0 + 2992,9 = -997,6 \text{ ВАр}.$$

Полная мощность фаз и всей цепи

$$S_{ab} = \sqrt{P_{ab}^2 + Q_{ab}^2} = \sqrt{0^2 + (-3990,5)^2} = 3990,5 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$S_{bc} = \sqrt{P_{bc}^2 + Q_{bc}^2} = \sqrt{2394,3^2 + 0^2} = 2394,3 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$S_{ca} = \sqrt{P_{ca}^2 + Q_{ca}^2} = \sqrt{0^2 + 2992,9^2} = 2992,9 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{2394,4^2 + (-997,6)^2} = 2593,9 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

6. Векторная диаграмма токов и напряжений.

