

Задача. Две фирмы в отрасли имеют постоянные предельные издержки, равные 10 ден. ед. Рыночная функция спроса задана уравнением $P = 110 - 0,5Q$. Допустим, одна фирма является лидером в определении объёма выпуска, а другая фирма – последователем. Определите объём выпуска фирмы-последователя.

Модель Штакельберга рассматривает проблему асимметричной конкуренции дуополистов, осуществляющих стратегическое взаимодействие по принципу «лидер – последователь». Олигополисты выбирают две линии поведения: лидера и последователя. Последователь будет реагировать на действия лидера, лидер придерживается противоположной точки зрения.

Следовательно, предполагаемая вариация лидера $\frac{dq_1}{dq_2} = 0$, где $q_1 = f(q_2)$ и является по сути первым уравнением реакции в модели Курно, а предполагаемая вариация последователя $\frac{dq_2}{dq_1} \neq 0$, где $q_2 = f(q_1)$ является вторым уравнением реакции в модели Курно.

Отраслевой спрос представлен линейной функцией:

$$P = a - bQ,$$

где a, b – положительные константы;

Q – объём рыночного спроса, складывается из объёмов предложения первой (q_1) и второй (q_2) фирм ($Q = q_1 + q_2$) при цене P .

Тогда линейный спрос можно представить как:

$$P = a - b * (q_1 + q_2) = a - bq_1 - bq_2.$$

Функции затрат $ТС_1 = c * q_1$, $ТС_2 = c * q_2$.

Тогда, прибыль лидера будет равна:

$\Pi_1 = TR_1 - TC_1 = Pq_1 - cq_1 = (a - bq_1 - bq_2)q_1 - cq_1 = aq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2 - cq_1$, а прибыль последователя составит:

$\Pi_2 = TR_2 - TC_2 = Pq_2 - cq_2 = (a - bq_1 - bq_2)q_2 - cq_2 = aq_2 - bq_1q_2 - bq_2^2 - cq_2$.

Отсюда можно вывести уравнение реакции для лидера и последователя.

Так как уравнения реакции в модели Курно: $q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2} \cdot q_2$; $q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2} \cdot q_1$,

то в соответствии с условиями модели $\frac{dq_1}{dq_2} = 0$, а $\frac{dq_2}{dq_1} = \left(\frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2} \cdot q_1\right) = -\frac{1}{2}$.

Следовательно, условия максимизации прибыли примут вид:

$$\Pi_1' = \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 + \frac{1}{2} bq_1 - c = 0;$$

$$\Pi_2' = \frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - c = 0.$$

Уравнение реакции лидера:

$$q_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a-c}{b} - \frac{2}{3} \cdot q_2.$$

Уравнение реакции последователя:

$$q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2} \cdot q_1.$$

Равновесные объёмы выпуска:

- лидера – $q_1^* = \frac{a-c}{2b}$;

- последователя – $q_2^* = \frac{a-c}{4b}$.

Выпуск лидера в 2 раза превышает выпуск последователя.

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{a-c}{2b} + \frac{a-c}{4b} = \frac{3a-3c}{4b}.$$

$$P^* = a - b * \frac{3a-3c}{4b} = a - \frac{3a-3c}{4} = a - \frac{a-c}{4}.$$

$$P = a - bQ;$$

$$P = 110 - 0,5Q \Rightarrow a = 110, b = 0,5;$$

$$c = 10;$$

$$q_2^* = \frac{a-c}{4b} = \frac{110-10}{4 \cdot 0,5} = \frac{100}{2} = 50 \text{ ед.}$$

Таким образом, объём выпуска фирмы-последователя = 50 ед.