

ЗАДАЧА 1.

Колебательный контур состоит из катушки индуктивности $L=10^{-3}$ Гн и конденсатора емкостью $C=10^{-5}$ Ф. Конденсатор заряжен до максимального напряжения $U=100$ В. Определить максимальную силу тока при свободных колебаниях в нем.

Дано:

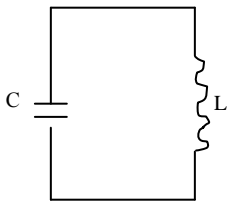
$$C=10^{-5} \text{ Ф}$$

$$L=10^{-3} \text{ Гн}$$

$$U_m=100 \text{ В}$$

$$I_m=?$$

Решение;



Циклическая частота идеального контура определяется по формуле:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \cdot 10^{-5}}} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ рад/с}$$

Уравнение колебания заряда на обкладках конденсатора имеет вид:

$$q(t) = q_m \cos(\omega_0 t)$$

Уравнение колебаний напряжения:

$$U(t) = U_m \cos(\omega_0 t)$$

Максимальный заряд равен произведению максимального напряжения на емкость конденсатора

$$q_m = CU_m$$

Сила тока есть производная заряда по времени:

$$i(t) = q'(t) = -q_m \omega_0 \sin(\omega_0 t) = -CU_m \omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

Максимальное значение силы тока будет достигнуто при $\sin(\omega_0 t) = -1$

$$I_m = CU_m \omega_0 = 10^{-5} \cdot 100 \cdot 10^4 = 10 \text{ А}$$

ОТВЕТ: 10 А

ЗАДАЧА 2.

Будут ли колебательные контуры настроены в резонанс, если их параметры таковы: $C_1=120$ пФ, $L_1=3.5$ мГн, $C_2=150$ пФ, $L_2=5$ мГн. Как нужно изменить емкость C_2 или индуктивность L_2 , чтобы контуры были настроены в резонанс.

Дано:	СИ:
$C_1=120$ пФ	$C_1=1,2 \cdot 10^{-10}$ Ф
$L_1=3.5$ мГн	$L_1=3.5 \cdot 10^{-3}$ Гн
$C_2=150$ пФ	$C_2=1,5 \cdot 10^{-10}$ Ф
$L_2=5$ мГн	$L_2=5 \cdot 10^{-3}$ Гн
$\omega=?$	

Колебательные контуры будут настроены в резонанс, если частота их колебания одинакова и равна $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$\text{Для первого контура } \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{1,2 \cdot 10^{-10} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3}}} = 1,543 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$$

$$\text{Для второго контура } \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{1,5 \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}} = 1,155 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$$

Так как $\omega_1 \neq \omega_2$ – контуры настроены не в резонанс

Для того, что бы колебательные контуры были настроены в резонанс

необходимо: $\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$, то есть должно выполняться равенство

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

$$1,2 \cdot 10^{-10} \cdot 3,5 \cdot 10^{-3} = L_2 C_2$$

$$L_2 C_2 = 4,2 \cdot 10^{-13}$$

При фиксированной индуктивности получим:

$$5 \cdot 10^{-3} \cdot C_2 = 4,2 \cdot 10^{-13}$$

$$C_2 = \frac{4,2 \cdot 10^{-13}}{5 \cdot 10^{-3}} = 0,84 \cdot 10^{-10} \text{ Ф} = 84 \text{ пФ}$$

При фиксированной емкости получим:

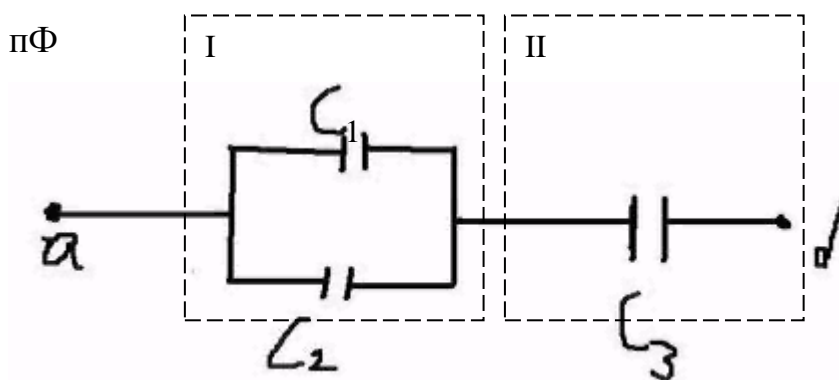
$$L_2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-10} = 4,2 \cdot 10^{-13}$$

$$L_2 = \frac{4,2 \cdot 10^{-13}}{1,5 \cdot 10^{-10}} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 2,8 \text{ мГн}$$

ОТВЕТ: для того, чтобы контуры были настроены в резонанс необходимо уменьшить емкость второго контура до 84 пФ или уменьшить индуктивность катушки до 2,8 мГн

ЗАДАЧА 3.

Определить емкость батареи конденсаторов, если $C_1=C_2=2\text{нФ}$ и $C_3=500\text{пФ}$



Дано:	СИ:
$C_1=2\text{ нФ}$	$C_1=2 \cdot 10^{-9}\text{ Ф}$
$C_2=2\text{ нГн}$	$C_2=2 \cdot 10^{-9}\text{ Ф}$
$C_3=500\text{ пФ}$	$C_3=0,5 \cdot 10^{-9}\text{ Ф}$
$C=?$	

Указанную цепь можно разбить на два участка: первый содержит конденсатор C_1 и C_2 , второй конденсатор C_3

Емкость первого участка, на котором конденсаторы соединены параллельно:

$$C' = C_1 + C_2 = 2 \cdot 10^{-9} + 2 \cdot 10^{-9} = 4 \cdot 10^{-9}\text{ Ф}$$

$$\text{Емкость второго участка } C'' = C_3 = 0,5 \cdot 10^{-9}\text{ Ф}$$

Общая емкость при последовательном включении этих участков определяется соотношением:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C''}$$

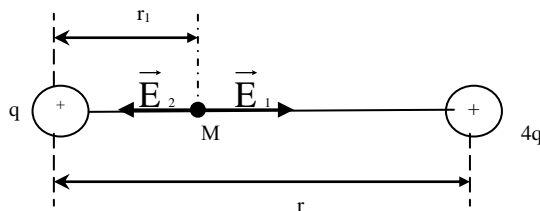
$$C = \frac{C' \cdot C''}{C' + C''} = \frac{4 \cdot 10^{-9} \cdot 0,5 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-9} + 0,5 \cdot 10^{-9}} = \frac{2}{4,5} \cdot 10^{-9} \Phi = \frac{4}{9} \cdot 10^{-9} \Phi = 0,444 \cdot 10^{-9} \Phi = 444 \text{ пФ}$$

ОТВЕТ: 444 пФ

ЗАДАЧА 4.

Два одноименных точечных заряда q и $4q$ расположены на расстоянии r друг от друга. На каком расстоянии r_1 от первого заряда q находится точка M , в которой напряженность этих зарядов равна 0

Дано:	СИ:
q	$q_1 = q_2 = 10^{-9} \text{ Кл}$
$4q$	$a = 0,08 \text{ м}$
r	$d = 0,05 \text{ м}$
$E = 0$	
$r_1 = ?$	



Результирующая напряженность в точке M находится по принципу суперпозиции полей:

$$E = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на

расстоянии r от него $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}$.

Таким образом, в точке M напряженность, создаваемая зарядом q равна:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r_1^2}$$

Напряженность, создаваемая зарядом $4q$ равна: $E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{4q}{(r-r_1)^2}$.

Напряженности противоположны по направлению, значит

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r_1^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{4q}{(r-r_1)^2} = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{4q}{(r-r_1)^2}$$

$$\frac{1}{r_1^2} = \frac{4}{(r-r_1)^2}$$

$$4r_1^2 = (r-r_1)^2$$

$$4r_1^2 = r^2 - 2r \cdot r_1 + r_1^2$$

$$3r_1^2 + 2r \cdot r_1 - r^2 = 0$$

$$r_1 = \frac{-2r \pm \sqrt{4r^2 + 3 \cdot 4r^2}}{6} = \frac{-2r \pm \sqrt{16r^2}}{6} = \frac{-2r \pm 4r}{6} = \frac{2r}{6} = \frac{r}{3}$$

ОТВЕТ: точка М находится на расстоянии $r_1=r/3$ от первого заряда q

ЗАДАЧА 5.

При сообщении металлическому шару, находящемуся в воздухе заряда $2 \cdot 10^{-7}$ Кл, его потенциал оказался равен 19 кВ. Определить радиус шара.

Дано:	СИ:
$q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл	$\varphi = 1.9 \cdot 10^4$ В
$\varphi = 19$ кВ	
$R = ?$	

Внутри сферической поверхности потенциал в каждой точке одинаков и равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$$

$$\text{Отсюда: } R = \frac{q}{\varphi \cdot 4\pi\epsilon\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{1.9 \cdot 10^4 \cdot 4\pi \cdot 8.82 \cdot 10^{-12}} = 0.095 \text{ м}$$

ОТВЕТ: 9,5 см